☒ Corrigé 01

Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.
Dans un triangle, une médiatrice est une droite perpendiculaire à un côté et qui coupe ce côté en son milieu.
Dans un triangle, une hauteur est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.
Dans un triangle, une bissectrice est une demi-droite qui partage un angle en deux angles de même mesure.

☒ Corrigé 02

(AC) : médiatrice
(BC) : médiane
(BD) : bissectrice
(BE) : hauteur

☒ Corrigé 03

Les médianes d'un triangle sont <u>concourantes</u> en un point appelé <u>centre de gravité</u> qui est situé aux <u>2/3</u> de chaque médiane à partir du sommet.
Les bissectrices sont concourantes en un point appelé <u>centre du cercle inscrit</u> dans le triangle. Ce point est <u>équidistant</u> des côtés du triangle.
Les hauteurs concourent à l'<u>intérieur</u> du triangle si tous ses angles sont aigus.
Si M est sur la médiatrice de $[AB]$ alors <u>MA=MB</u>.

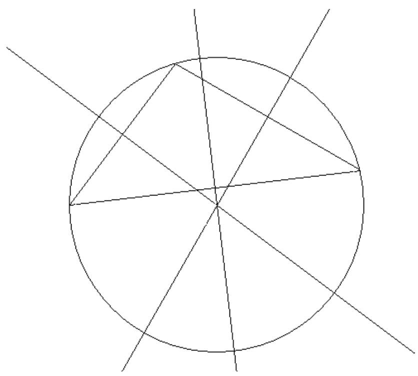
☒ Corrigé 04

Dans un triangle rectangle :
- les 3 hauteurs concourent en un point qui est le sommet de l'angle droit.
- les 3 médiatrices concourent en un point qui est le milieu de l'hypoténuse .

Dans un triangle isocèle, les 4 droites remarquables issues du sommet principal sont confondues.
Dans un triangle équilatéral, les 4 droites remarquables issues de chaque sommet sont confondues.

☒ Corrigé 05

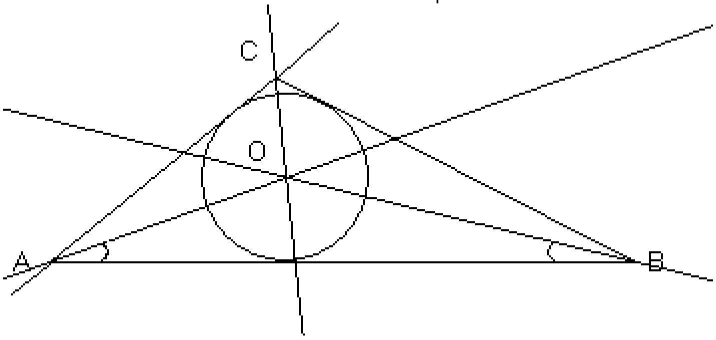
Il faut construire les médiatrices car le point d'intersection des médiatrices est le centre du cercle circonscrit au triangle.



☒ Corrigé 06

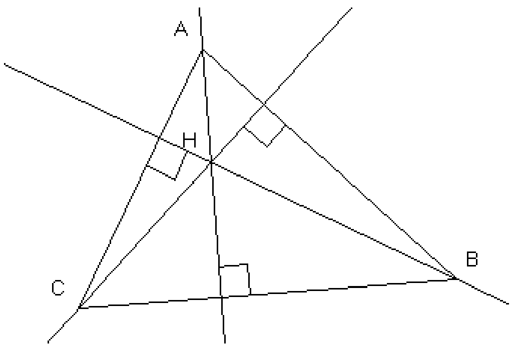
Les bissectrices se coupent en un point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

On trace la droite (AO) et la droite (OB)
En utilisant le rapporteur, on construit la droite issue de A qui fait un angle avec la droite (AO) de mesure $\widehat{BAO}$. On construit ensuite la droite issue de B qui fait un angle avec la droite (BO) de mesure $\widehat{ABO}$. Les droites se coupent en C.



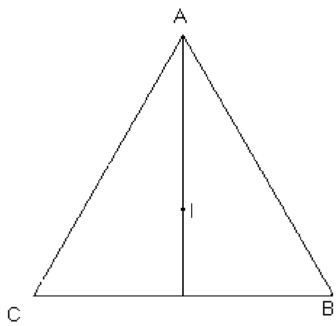
☒ Corrigé 07

On trace la perpendiculaire à (BC) passant par H qui est la hauteur issue de l'angle A.
On trace (BH), hauteur issue de B.
On trace (CH), hauteur issue de C.
Les hauteurs sont perpendiculaires à leur côté opposé. On trace donc ensuite la droite issue de B perpendiculaire à (CH) puis la droite issue de C perpendiculaire à (BH). Le point d'intersection de ces droites est le point A.



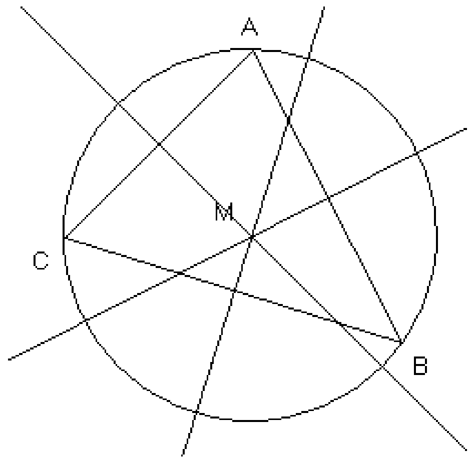
☒ Corrigé 08

La médiane passant par I coupe [CB] en son milieu.
Sachant que le point I est situé au 2/3 de la médiane passant par I à partir de A, on détermine la position de A avec une règle. Il reste à rejoindre les points A, B et C pour obtenir le triangle ABC.

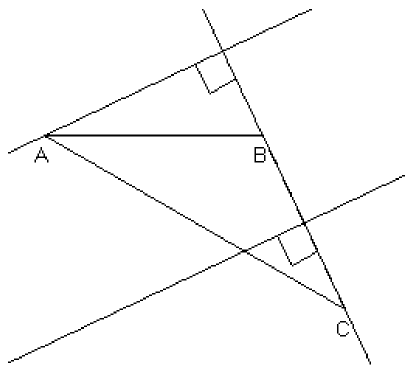


☒ Corrigé 09

La médiatrice (d) coupe le segment [AC] perpendiculairement et en son milieu. On trace [AC].
La médiatrice (d') coupe le segment [AB]perpendiculairement et en son milieu.
On trace [AB].
On rejoint les points B et C pour obtenir le triangle.
Le cercle a pour centre M, point de concours des médiatrices.

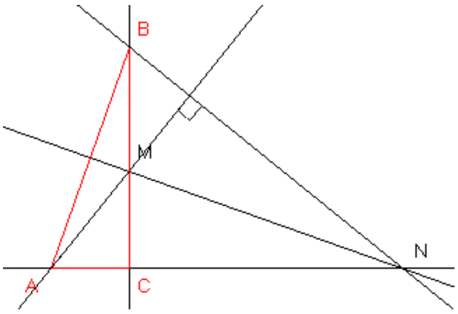


☒ Corrigé 10



La médiatrice du segment [BC] et la hauteur issue de A sont deux droites perpendiculaires à la même droite, elles sont donc parallèles entre elles.

☒ Corrigé 11



N appartient à la médiatrice de [AB] donc le triangle ABN est isocèle. Dans un triangle isocèle, les 4 droites remarquables issues du sommet principal sont confondues. La médiatrice (MN) est donc également une hauteur du triangle ABN.
(BC) est perpendiculaire à (AC) car le triangle est rectangle en C donc (BC) est la hauteur issue de B du triangle ABN.
Les hauteurs (BC) et (MN) se coupent en M, donc M est l'orthocentre du triangle ABN.
Par conséquent, la droite (AM) est la troisième hauteur du triangle ABN et (AM) est donc perpendiculaire à BN.

☒ Corrigé 12

Par construction de la première symétrie, on sait que D1 est perpendiculaire à [AB] et passe par son milieu donc D1 est la médiatrice de [AB]. De plus, O appartient à D1, on a donc OA=OB
Par construction de la deuxième symétrie, on sait que D2 est perpendiculaire à [BC] et passe par son milieu donc D2 est la médiatrice de [BC]. De plus, O appartient à D2, on a donc OB=OC
On a donc finalement OA=OB=OC.
Si un point I vérifie IA=IB, alors il est sur la médiatrice de [AB].
On a OA=OC par conséquent O est sur la médiatrice de [AC].

☒ Corrigé 13

On sait que C' est le milieu de [AB] et que B'est le milieu de [AC] par conséquent (BB') et (CC') sont deux médianes du triangle ABC.
On sait qu'elles se coupent en O. Ce point est donc le centre de gravité du triangle.
La droite (AO) passe par le centre de gravité du triangle, elle est donc la troisième médiane du triangle.
Une médiane passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.
La droite (AO) coupe donc [BC] en son milieu.

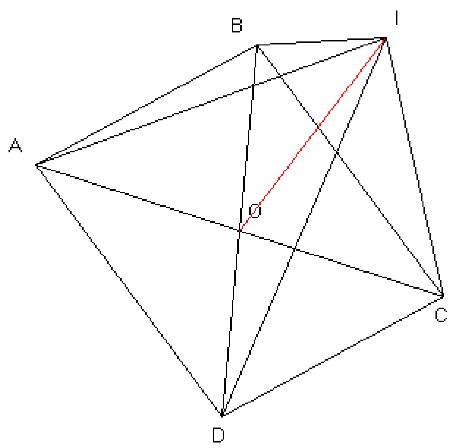
☒ Corrigé 14

(AI) et (BC) sont perpendiculaires.

Les médianes se coupent en I, appelé centre de gravité du triangle. La droite (AI) passe par ce point, c'est donc la 3ème médiane du triangle.
Dans un triangle isocèle, les 4 droites remarquables issues du sommet principal sont confondues.
La droite (AI) est donc aussi une hauteur ou une médiatrice. La droite (AI) est donc perpendiculaire à la droite (BC).

☒ Corrigé 15

On sait que C est le symétrique de A par rapport à O. On sait que D est le symétrique de B par rapport à O. Par conséquent O est le milieu de [AC] et la droite (IO) est donc un médiane du triangle IAC. De même, par construction, O est le milieu de [DB] et la droite (IO) est donc un médiane du triangle IDB.
La médiane (IO) est donc commune aux deux triangles.

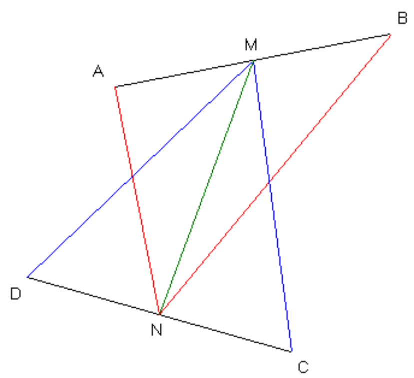


☒ Corrigé 16

On sait que M est le milieu de [AB], la droite (MN) est donc une médiane du triangle ANB.

On sait que N est le milieu de [DC], la droite (MN) est donc une médiane du triangle DMC.

(MN) est donc une médiane commune aux deux triangles.



☒ Corrigé 17

On sait que M est le milieu de $[DC]$ par conséquent (AM) est une médiane du triangle ADC.
Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu donc O est le milieu de $[AC]$ et (DO) est une autre médiane du triangle ADC. (AM) et (DO) se coupent en I donc I est le centre de gravité du triangle ADC. Il est situé aux 2/3 de $[DO]$ à partir de D.

$DI = \frac{2}{3} DO$

et $DO = \frac{1}{2} DB$

donc

$DI = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} DB = \frac{2}{6} DB$

donc $DI = \frac{1}{3} DB$

☒ Corrigé 18

On sait que C est un point du cercle et que $[AB]$ est un diamètre du cercle donc OA=OB=OC.
Si un point I vérifie IA=IB, alors il est sur la médiatrice de $[AB]$.
Comme OA=OC, O est situé sur la médiatrice de $[AC]$ et par conséquent (OA) est perpendiculaire à $[AC]$.

☒ Corrigé 19

Orthocentre de ABC : O
Orthocentre de COB : A
Orthocentre de AOC : B
Orthocentre de AOB : C

☒ Corrigé 20

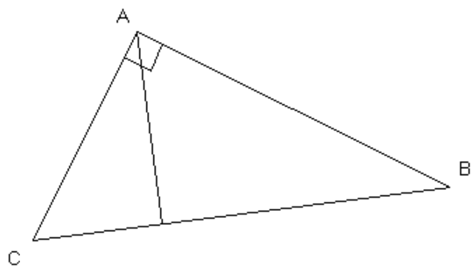
On sait que (DI) coupe $[AB]$ perpendiculairement. La droite (DI) est donc une hauteur du triangle ADB
(AO) est une diagonale du losange ABCD, (AO) coupe donc $[DB]$ en son milieu et perpendiculairement. (AO) est donc une deuxième hauteur du triangle ADB.
Les deux hauteurs se coupent en I qui est alors l'orthocentre du triangle ADB.
La droite (BI) est donc la troisième hauteur du triangle et par conséquent (IB) est perpendiculaire à $[AD]$.

☒ Corrigé 21

(BC) est perpendiculaire à (AE) donc (BC) est une hauteur du triangle ABE.
(DE) est perpendiculaire à (AB) donc (DE) est une deuxième hauteur du triangle ABE.
(BC) et (DE) se coupent en M, l'orthocentre du triangle ABE.
Par conséquent la droite (AM) passant par l'orthocentre est la troisième hauteur du triangle ABE, la droite (AM) est donc perpendiculaire à (EB).

☒ Corrigé 22

Dans un triangle rectangle, deux des hauteurs sont confondues avec les côtés de l'angle droit.



☒ Corrigé 23

Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu, le triangle AOD est donc un triangle isocèle.
On sait que M est le milieu de [AD].
Dans un triangle isocèle, les 4 droites remarquables issues du sommet principal sont confondues. (OM) est donc à la fois une médiane, une médiatrice, une hauteur et une bissectrice du triangle AOD.
La bissectrice (AI) coupe la droite (MO), deuxième bissectrice du triangle. Elles se coupent en I.
La droite (DI) passant par ce point de concours des bissectrices est donc la troisième bissectrice du triangle.

☒ Corrigé 24

1/ Dans le triangle rectangle ABC, I est le milieu de [AB]. (CI) est donc la médiane issue de l'angle C.
Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.
On a donc AI=IC=IB et le triangle AIC est donc isocèle de sommet principal I.

Dans un triangle isocèle, les 4 droites remarquables issues du sommet principal sont confondues. (KI) est donc à la fois une médiane, une médiatrice, une hauteur et une bissectrice du triangle AIC.

2/ La bissectrice (CJ) coupe la droite (KI), autre bissectrice du triangle. Elles se coupent en J. La droite (AJ) passant par ce point de concours des bissectrices est donc la troisième bissectrice du triangle.

☒ Corrigé 25

Il faut tracer deux cordes et leur médiatrice respective. Le point d'intersection de celles-ci est le centre du cercle.
En effet, soit M ce point.
Si M est sur la médiatrice de $[AB]$ alors MA=MB
Si M est sur la médiatrice de $[CD]$ alors MC=MD
Au point d'intersection des médiatrices, MA=MB=MC=MD, les 4 points A, B, C et D sont donc équidistants du point M. M est donc bien le centre du cercle.