

# Programmes du collège

## Programmes de l'enseignement de mathématiques

# Classe de quatrième

**Note :** les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

## 1. Organisation et gestion de données, fonctions

Comme en classe de cinquième, le mot « fonction » est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.

Les tableurs-grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés.

Objectifs		
<p><i>La résolution de problèmes</i> a pour objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• de consolider et d'enrichir les raisonnements pour traiter des situations de proportionnalité, pour produire ou interpréter des résumés statistiques (moyennes, graphiques), pour analyser la pertinence d'un graphique au regard de la situation étudiée,</li> <li>• d'organiser des calculs ou créer un graphique avec un tableur.</li> </ul>		
Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>1.1 Utilisation de la proportionnalité</b> Quatrième proportionnelle.</p> <p>Calculs faisant intervenir des pourcentages.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p><i>- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.</i></p>	<p>Aux diverses procédures déjà étudiées s'ajoute le « produit en croix » qui doit être justifié.</p> <p><i>Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines permettent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage.</i></p> <p>Dans le cadre du socle commun, utiliser l'échelle d'une carte pour calculer une distance, calculer un pourcentage deviennent exigibles.</p>
<p><b>1.2. Proportionnalité</b> <i>* Représentations graphiques.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p><i>- * Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.</i></p>	<p><i>Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.</i></p>
<p><b>1.3. Traitement des données</b> <i>Moyennes pondérées.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Calculer la moyenne d'une série de données.</p> <p>- Créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.</p> <p>- Créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul.</p>	<p>Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- somme des <math>n</math> données divisée par <math>n</math>,</li> <li>- moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs.</li> </ul> <p>Les élèves doivent savoir calculer, pour de petits effectifs, une moyenne par la procédure de leur choix. Pour des effectifs plus grands, cette procédure est basée sur l'usage du tableur ou de la calculatrice.</p>

## 2. Nombres et Calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) permet la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées, l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ainsi que la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Objectifs		
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>d'entretenir et d'enrichir la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;</li> <li>d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs et les expressions numériques ;</li> <li>de conduire les raisonnements permettant de traiter diverses situations (issues de la vie courante, des différents champs des mathématiques et des autres disciplines, notamment scientifiques) à l'aide de calculs numériques, d'équations ou d'expressions littérales ;</li> <li>de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.</li> </ul>		
Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>2.1. Calcul numérique</b> Opérations (+, -, ×, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale. Produit de nombres positifs en écriture fractionnaire.</p> <p><i>* Opérations (+, -, ×) sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire (non nécessairement simplifiée).</i></p> <p><i>Division de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire.</i></p> <p><i>Enchaînement d'opérations.</i></p> <p>Puissances d'exposant entier relatif.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Calculer le produit de nombres relatifs simples.</p> <p>- Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).</p> <p>- * Multiplier, additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire.</p> <p>- Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire.</p> <p>- Connaître et utiliser l'égalité : <math>\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}</math>.</p> <p>- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.</p> <p>- Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.</p> <p>- Comprendre les notations <math>a^n</math> et <math>a^{-n}</math> et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : <math>a^2 \times a^3 = a^5</math> ; <math>(ab)^2 = a^2b^2</math> ; <math>\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres relatifs non nuls.</p> <p>- Utiliser sur des exemples numériques les égalités : <math>10^m \times 10^n = 10^{m+n}</math> ; <math>\frac{1}{10^n} = 10^{-n}</math> ; <math>(10^m)^n = 10^{m \times n}</math> où <math>m</math> et <math>n</math> sont des entiers relatifs.</p>	<p>Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale <i>ou fractionnaire</i>. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs.</p> <p><i>*L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire demande un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers dans des cas où un calcul mental est possible.</i></p> <p>Savoir additionner et soustraire des entiers relatifs et multiplier deux nombres positifs écrits sous forme décimale ou fractionnaire deviennent des capacités exigibles dans le cadre du socle commun.</p> <p><i>* Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un nombre non nul ; les notations <math>\frac{1}{x}</math> et <math>x^{-1}</math> sont utilisées, ainsi que les touches correspondantes de la calculatrice.</i></p> <p>À la suite du travail entrepris en classe de cinquième les élèves <i>sont familiarisés à l'usage des priorités ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.</i></p> <p>Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants très simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules.</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Notation scientifique.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Sur des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.</p> <p>- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.</p>	<p>Par exemple, le nombre 25 698,236 peut se mettre sous la forme :  <math>2,569\ 823\ 6 \cdot 10^4</math> ou <math>25\ 698\ 236 \cdot 10^{-3}</math> ou <math>25,698\ 236 \cdot 10^3</math>.</p>
<p><b>2.2. Calcul littéral</b></p> <p>Développement.</p> <p>Comparaison de deux nombres relatifs.</p>	<p>- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.</p> <p>- Réduire une expression littérale à une variable, du type : <math>3x - (4x - 2)</math>, <math>2x^2 - 3x + x^2 \dots</math></p> <p>- Développer une expression de la forme <math>(a + b)(c + d)</math>.</p> <p>- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser :  . l'équivalence entre <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math> et <math>ad = bc</math> (<math>b</math> et <math>d</math> étant non nuls) ;  . l'équivalence entre <math>a = b</math> et <math>a - b = 0</math> ;  . l'équivalence entre <math>a &gt; b</math> et <math>a - b &gt; 0</math>.  - Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que <math>a</math> et <math>b</math> : <math>a + c</math> et <math>b + c</math> ; <math>a - c</math> et <math>b - c</math>  - Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme <math>ac</math> et <math>bc</math> sont dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que <math>a</math> et <math>b</math> si <math>c</math> est strictement positif (respectivement négatif).</p> <p>- Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient ...).</p>	<p>L'apprentissage du calcul littéral est conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul.</p> <p>Le travail proposé s'articule autour de trois axes :  - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ;  - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ;  - utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).</p> <p>Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et viser un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général).</p> <p>L'objectif reste de développer pas à pas puis de réduire l'expression obtenue. Les identités remarquables ne sont pas au programme. Les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type <math>a</math>, <math>ax</math> ou <math>x^2</math>.</p> <p>La première équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles.  Le fait que <math>x</math> est strictement positif (respectivement <math>x</math> strictement négatif) se traduit par <math>x &gt; 0</math> (respectivement <math>x &lt; 0</math>) est mis en évidence.  Le fait que « comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence », intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé.  Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.</p>
<p>Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.</p>	<p>- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.</p>	<p>Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. À chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.</p> <p>Les élèves, dans le cadre du socle commun, peuvent être amenés à résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré sans que la méthode experte soit exigible.</p>

### 3. Géométrie

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangles, cercles, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.

Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une différenciation explicite. Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane. L'étude de configurations de géométrie dans l'espace donne des exercices et des illustrations pour différents champs du programme. À ce titre, il convient d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans l'année scolaire.

Objectifs		
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• de connaître les objets usuels du plan et de l'espace et d'utiliser leurs propriétés géométriques et les relations métriques associées ;</li> <li>• de développer les capacités heuristiques et de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples utilisant les propriétés des figures usuelles, les symétries, les relations métriques, les angles ou les aires ;</li> <li>• d'entretenir en l'enrichissant la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des raisonnements sous-jacents ;</li> <li>• d'initier les élèves à la démonstration ;</li> <li>• de poursuivre la familiarisation avec les représentations planes des solides de l'espace ;</li> <li>• de s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure.</li> </ul>		
Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>3.1 Figures planes</b> Triangle : milieux et parallèles.</p> <p><i>* Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.</i></p> <p>Triangle rectangle : théorème de Pythagore.</p> <p><i>Triangle rectangle : cosinus d'un angle.</i></p> <p><i>Triangle rectangle : cercle circonscrit.</i></p> <p><i>Distance d'un point à une droite.</i></p> <p>Tangente à un cercle.</p>	<p>- Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle.</p> <p>- <i>*Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.</i></p> <p>- Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.</p> <p>- <i>Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.</i> - <i>Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :</i> - <i>du cosinus d'un angle aigu donné ;</i> - <i>de l'angle aigu dont le cosinus est donné.</i></p> <p>- <i>Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.</i> - <i>Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.</i></p> <p>- <i>Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.</i></p> <p>- <i>Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.</i></p>	<p>Ces théorèmes sont démontrés en utilisant la symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou les aires. Dans le cadre du socle commun, seules les propriétés directes de la droite des milieux sont exigibles.</p> <p><i>Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.</i></p> <p>On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère que l'égalité de Pythagore caractérise la propriété d'être rectangle.</p> <p><i>Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent (la longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié de celle du côté correspondant) est étudié.</i></p> <p>Dans le cadre du socle commun, il est simplement attendu des élèves qu'ils sachent reconnaître qu'une droite est tangente à un cercle.</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Bissectrice d'un angle.</p> <p><b>[reprise des programmes antérieurs]</b></p> <p><i>Bissectrices et cercle inscrit.</i></p>	<p>- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</p> <p>- <i>Utiliser différentes méthodes pour tracer :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la médiatrice d'un segment ;</li> <li>- la bissectrice d'un angle.</li> </ul> <p>- <i>Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donnée par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.</i></p> <p>- <i>Construire le cercle inscrit dans un triangle.</i></p>	<p>La bissectrice d'un angle est définie comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.</p> <p>La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale. Cette construction n'est pas exigible dans le cadre du socle commun.</p> <p><i>Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit. L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.</i></p>
<p><b>3.2 Configurations dans l'espace</b></p> <p><i>Pyramide et cône de révolution.</i></p>	<p>- <i>Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.</i></p>	<p>L'observation et la manipulation d'objets constituent des points d'appui indispensables. Ces activités doivent être complétées par l'observation et la manipulation d'images dynamiques données par des logiciels de géométrie.</p> <p><i>Les activités sur les pyramides exploitent des situations simples. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité.</i></p>
<p><b>3.3 Agrandissement et réduction</b></p>	<p>- <i>* Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.</i></p>	<p><i>* Des activités de construction (avec éventuellement l'utilisation de logiciels de construction géométrique) permettent aux élèves de mettre en évidence et d'utiliser quelques propriétés : conservation des angles (et donc de la perpendicularité) et du parallélisme, multiplication des longueurs par le facteur k d'agrandissement ou de réduction...</i></p> <p><i>* Certains procédés de construction peuvent être analysés en utilisant le théorème de Thalès dans le triangle.</i></p>

#### 4. Grandeurs et mesures

Cette rubrique s'appuie notamment sur la résolution de problèmes empruntés à la vie courante et aux autres disciplines.

Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité. La notion de vitesse en tant que grandeur quotient est abordée pour la première fois en classe de quatrième.

Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Objectifs		
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'initier les élèves à des grandeurs quotient,</li> <li>• de compléter les connaissances et consolider les raisonnements permettant de calculer les grandeurs travaillées antérieurement (longueurs, angles, aires, volumes),</li> <li>• de savoir choisir les unités adaptées et d'effectuer les changements d'unités.</li> </ul>		
Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>4.1 Aires et volumes</b></p> <p>Calculs d'aires et volumes.</p>	<p>- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule <math>V = \frac{1}{3} B h</math>.</p>	<p>L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de nouvelles formules, en liaison avec la pratique du calcul littéral.</p>

<p><b>4.2 Grandeurs quotients courantes</b> Vitesse moyenne.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>-* <i>Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité <math>d = vt</math>.</i></p> <p>- * <i>Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).</i></p>	<p>La notion de vitesse moyenne est définie. Le vocabulaire « kilomètre par heure » et la notation km/h, issus de la vie courante, <i>sont à mettre en relation avec la notation <math>km.h^{-1}</math></i></p> <p>Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unités méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.</p>
---	---	---